ALEXANDRI ANDERSONI SCOTI

3

EXERCITATIONVM MATHEMATICARVM DECAS PRIMA.

CONTINENS,

Quæstionum aliquot, quæ Nobilissimorum tum huius tum veteris Æui, Mathematicorum ingenia exercuêre, Enodationem.



PARISIIS,
Apud OLIVERIVM DE VARENES.
Via Iacobæâ, ſub ſigno Victoriæ.

Anno CIↃ. IↃC. XIX.



ILLVSTRISSIMO
AC REVERENDISSIMO
S. R. E. CARDINALI DE REZ,
Auguſtioris & Secretioris Senatus
Regij Principi, Epiſcopo
Pariſienſi, &c.



AXIMIS *Principibus literarum ſtudia maxime curæ fuiſſe*, (*Cardinalis Illuſtriſſime*) *non ſolum ex veterum ſcriptorum monumentis tibi cognitum, ſed & longa conſuetudine apud Potentiſſimos huius ſæculi Monarchas didiciſti, qui non ſemel conſilio tuo & opera adiuti, fælices rerum ſuarum euentus ſunt experti. Nã quod vnum ſiue magnitudine animi, ſiue conſilio & prudentia, ſiue virtute militari, & rerum pulchrè præclareque geſtarum gloria, ſibi acquirendum proponunt, Nominis ſui immortalitate, inimica mortalibus fata vt ſuperent: id totum perpetuis damnatum tenebris jaceret, niſi literarum lumen accederet. Quod quum perſpicerent Immortalitate digniſſimi Heroës, Reipublicæ huius Principes an Patres, Potentiſſimi Galliarum Reges, tot vndique Athenæis ſplen-*

didiſſimum hoc Imperium exornarunt, quæ monumentis æternis, non huic ſolum Imperio, ſed & toti Terrarum Orbi æternitatem peperêre. Enimuerò quicquid elegantioris literaturæ poſt exactam Barbariem Orbi illuxit, fœliciſſimæ huic Genti, originem penè totum debet & incrementa. Diuinæ ſcientiæ Myſterijs cum Sorbôna veſtra, Peritiâ Iuris *(ne tædio ſit multitudo) cum vnico* Iacobo *Cuiacio, Doctrinâ & Arte Medicâ, cum ſolo Fernelio, non habet reliquus Terrarum Orbis quos comparet: Scientia Mathematicâ, Franciſco Vietæ, vix tulêre priora ſæcula ſuperiorem, Humaniorum literarum excellentiâ, Academiæ Pariſienſi nulla parem: Et ſi* Rem*publicam ſpectes, Viros morum grauitate ac* Prudentia *illuſtres, quorum animos ad eam capeſſendam preparârunt bonarum literarum ſtudia, veſtris ſimiles, apud exteras Nationes fruſtra quæſiueris. ex quorum Numero te(Cardinalis* Illuſtriſ*ſime) non* Generis *ſolum Nobilitate Clarum, ſed & virtutum tuarum excellentiâ & probitate* Illuſtrem, *(Purpuræ, quam ſupremæ* Dignitatis *Eccleſiaſticæ geris inſigne, Decus) à* Sereniſſimo, *Potentiſſimóque Principe* Ludouico *huius Nominis Decimo tertio* Galliarum *& Nauarræ* Rege, *in Auguſtioris &* Secretioris Senatus Regij Principem *iam ſelectum, cum hoc adeo munuſculo, cujus quidem tenuitatem ne dedignêris, in eâ quæ tuæ fidei commiſſa eſt Prouincia, hoc eſt apud te, natum cogita, & à ſubdito ex officio, Domino ſuo, ſubmiſſi animi ſignum offerri: quo beneficio, & me in perpetuum beaueris, & ſcriptulum hoc qualecunque, Autoritate tuâ munitum, aliorum iniqua judicia, & cenſuras, non formidabit. Vale. Lutetiæ* Pariſiorum: *Kalend. Octob.* CIↃ. IↃC. X*V*III.

Illuſtriſſimo Nomini tuo
obſequentiſſimus
ALEXANDER ANDERSONVS.



ALEXANDRI ANDERSONI SCOTI

EXERCITATIONVM MATHEMATICARVM

DECAS PRIMA.

EXERCITATIO PRIMA.

Ad Problema primum Variorum Marini Ghetaldi.



ROPOSVIT Marinus Ghetaldus Prop. 1. ſuæ Variorum Problematum Collectionis, ex Regiomontani Lib. 2. de Triangulis. Prop. 23.

Dato Trianguli perpendiculo, differentiâ laterum, & differentia ſegmentorum baſis à perpendiculo à vertice trianguli in baſin, factorum, inuenire triangulum.

Sed nec Ghetaldus, nec Regiomontanus τῶν δεδομένων in hoc Problemate ſynptomata videtur animaduertiſſe. Et Regiomontanus quidem, numeros aſſumpſit propoſitioni ſuæ (vti quibuſdam viſum fuit) neutiquam ſatisfacientes: perpendiculum namque ſumit 10. partium, qualium differentiam ſegmẽtorum baſis à perpendiculo factorum taxat 12, differentiam vero laterum trianguli 3. & quum ex æquationis ab ipſo concluſæ ſymbolo ſiue Canone ſit,

I. *Vt differentia quadratorum à differentiâ ſegmentorum baſis, & à differentia laterum,*

II. *Ad differentiam eandem quadratorum, plus quadruplo quadrato altitudinis,*

III. *Ita quadratum differentiæ laterum,*

IIII. *Ad baſeos quæſitæ quadratum.*

A

Hoc est, in numeris Regiomontani.

I II III IIII
vt 135. ad 535. ita 9. ad $35\frac{2}{3}$

Ex quo analogiſmo, prodit baſis quadratum $35\frac{2}{11}$ cuius quidem quadrati latus minus eſt quam 6: atqui differentia ſegmentorũ baſis poſita eſt 12. quod quidem agnouiſſe ſe teſtatur Iacobus Chriſtmannus in Nodo ſuo Gordio, ſed Alexandrino Enſe ad diſſecandum hunc nodum deſtitutus, demonſtrationem Ghetaldi (certiſſimam eam quidem, ex elementis quippè Geometricis firmiſſime ſtabilitam.) vacillare, quam ſuam in re Analyticâ ἀπαιδευσίαν agnoſcere, aut datorũ ſe ἀμφιβολίαν ignorare, profiteri maluit: magno proclamans ingenio opus eſſe quo Analytica Geometricis, & Geometrica Analyticis, inter ſe ritè coaptentur.

Adnotauit alius, quicquid obrepſit erroris, à numeris fortuitò arreptis profectum eſſe: at erroris cauſa detegenda erat, & cur aſſumpti numeri Problemati non ſatisfaciant, tum quânam arte alij Problemati ſatisfacientes (ſiquidem hîc latet error.) aſſumi poſſint, oſtendendum.

Sed in aſſumptis à Regiomontano numeris nullus ſubeſt error: quibuſli bet enim numeris magnitudines datas taxare liberum fuit. verum Poriſtices in Datorum examine ἀναγωγία, error erat non leuis: nã ego ſiue Regiomontani, ſiue Ghetaldi, in Problematis huius Analyſi, veſtigia inſequutus, & hoc quoque ſymbolum concluſero.

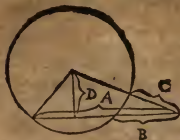
I. *Vt differentia quadratorum à baſe & differentia laterum,*

II. *Ad differentiam eandẽ quadratorum, plus quadruplo quadrato perpendiculi,*

III. *Ita quadratum differentiæ laterum,*

IIII. *Ad quadratum differentiæ ſegmentorum baſis, à perpendiculo factorum.*

Quod vt fiat manifeſtum: ſit primum ex Regiomontano triangulum, cuius detur perpendiculum D, differentia ſegmentorum baſis B, differentia laterum C, & ſit baſis quæſita A: erit A—B duplum ſegmenti minoris, & $A\frac{1}{2}$ — B $\frac{1}{2}$ erit ſegmentum minus. Eſt autem vt C ad B, ita A ad $\frac{B \text{ in } A}{C}$ aggregatum ſcilicet laterum, quare $\frac{B \text{ in } A}{C}$—C erit duplum lateris minoris, & $\frac{\frac{B \text{ in } A}{C\,q.} — C}{}$ ſemiſſis erit latus minus, cuius quadratum æquabitur quadrato ſegmenti minoris, plus perpendiculi quadrato: & ordinatâ æquatione, omnibuſque quadruplatis, C quadratum in B quadratum, plus C quadrato in D quadratum 4. minus C quadrato-quadrato, æquabitur B quadrato in A quadratum, minus C quadrato in A quadratum. Et reuocatâ ad Analogiſ-



mum æqualitate, erit vt B quad. minus C quad. ad B quad. minus C quad. plus D quad. 4. Ita C quad. ad A quad. id est, vt

I. *Differentia quadratorum à differentiâ segmentorum baseos, & differentia laterum,*

II. *Ad differentiam eandem quadratorum, plus quadruplo quadrato altitudinis.*

III. *Ita quadratum differentiæ laterum,*

IIII. *Ad Baseos quadratum.*

quæ Analysis fuit Regiomontani.

Sit iam data basis Trianguli B, perpendiculum D, differentia laterum C, & quæratur differentia segmentorum basis: sit ea A, erit iam vt C differentia laterum, ad B basin, ita A, differentia segmentorum basis, ad B in A applicatum C, summam scilicet laterum: ac proinde latus minus erit B in A semissis minus C, quadrati semisse applicatus C: segmentum autem baseos minus, erit B semissis, minus A semisse, cuius quadratum additum D quadrato, æquabitur quadrato lateris minoris: omnibusque ritè ordinatis: C quad. in B quad. plus C quad. in D quad. 4. minus C quad. quad. æquabitur B quad. in A quad. minus C quad. in A quad. & reuocata ad Analogismum æqualitate, erit vt B quad. minus C quad. ad B quad, minus C quad. plus D quad. 4. ita C quad. ad A quad. id est vt,



I. *Differentia quadratorum à base, & differentia laterum,*

II. *Ad eandem quadratorum differentiam, plus quadruplo quadrato perpendiculi.*

III. *Ita quadratum differentiæ laterum,*

IIII. *Ad quadratum differentiæ segmentorum basis à perpendiculo factorum.*

Ex quâ quidem Analysi, Ghetaldum imitatus, propositum Problema sic syntheticè construo, constructionémque ex Elementis stabilio.

PROBLEMA.

DAta base Trianguli, altitudine, & differentia laterum, inuenire Triangulum.

Sit data basis Z, altitudo B A: cui ad rectos angulos inclinetur BE recta æqualis differentiæ laterum: producaturque B A quantumlibet in E, vt sit C E basi Z æqualis: & fiant B E, B F æquales: tum duplo perpendiculi B A, sumatur æqualis recta B D, & subtendatur recta F D, cui æqualis fiat E I, & ducatur recta I H, parallela ipsi B C, occurrensque rectæ E C productæ in BC

H: & protendatur recta H I in G, vt sit H G æqualis ipsi Z. tum diuidatur recta I G bifariam in K, & à puncto K excitetur perpendicularis K L, æqualis perpendiculo B A, & centro K, interuallo L G, vel L I, ducatur circulus I G M, & connectantur rectæ L G, L H: tum recta H L, secans circulum iam ductum in N puncto, producatur, donec secet peripheriam eiusdem circuli iterum in M. dico Triangulum G L H esse quæsitum.

E
D
M
A
L
F
B
C
N
G
K
I
H
Z

Est enim ex constructione G H basis æqualis ipsi Z, & L K æqualis perpendiculo dato: superest vt ostendatur differentiam laterum G L, L H, (id est rectam H N) æqualem esse differentiæ datæ B C: quod sic ostendetur. quadrata rectarum, M H, H N, æqualia sunt duplo rectangulo M H N, vna cum quadrato M N, hoc est vna cum quadruplo quadrato L G. sed duplum rectangulum M H N, æquale est duplo rectangulo G H I, & quadruplum quadrati L G, æquale est quadruplo quadratorum G K, K L, hoc est quadratis, G I, D B. ergo quadrata M H, N H æqualia sunt quadratis G I, D B, vna cum duplo rectangulo G H I: sed quadratum G I vna cum duplo rectangulo G H I, æquale est quadratis G H, I H, hoc est I H, E C: quadrata igitur M H, H N, quadratis I H, E C, vna cum quadrato D B erunt æqualia: sed quadrato E C, æqualia sunt quadrata E B, B C, hoc est F B, B C: ergo quadratis M H, H N æqualia sunt quadrata I H, D B, vna cum quadratis F B, B C: quadratis autem D B, F B æquale est quadratum D F, hoc est E I: ergo quadratis M H, H N, æqualia sunt quadrata, I H, B C, E I: sed quadratis E I, I H, æquale est quadratum E H: ergo quadratis M H, H N, æqualia sunt quadrata B C, E H. & quoniam est vt E H ad I H, ita E C vel G H, ad B C, rectangula E H in B C, I H in G H, id est M H in H N, erunt inter se æqualia: sed & quadrata E H, B C, ostensa sunt æqualia quadratis M H, H N, quare rectæ M H, H N æquales sunt ipsis E H, B C, sigillatim; est igitur B C æqualis ipsi N H, differentiæ laterum quod erat ostendendum.

Eadem itaque prorsus methodo, iisdemque mediis, ex datis perpendiculo, base, & differentia laterum, inuenietur Triangulum, quibus ad idem inueniendum vsi Regiomontanus & Marinus Ghetaldus, ex datis perpendiculo, differentia segmentorum basis à perpendiculo factorum, & differentia laterum. Eritque vt

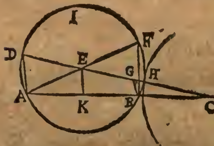
I. EB quadratum, differentia quadratorum basis datæ, & differentiæ laterum quoque datæ

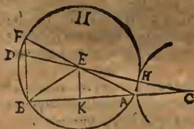
II. Ad EI vel FD quadratum, prædictam differentiam, plus quadruplo quadrato perpendiculi,

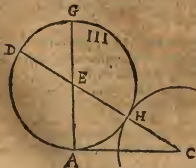
III. Ita quadratum BC, differentiæ laterum,

IIII. Ad quadratum IH, differentiæ segmentorum basis à perpendiculo factorum.

Itaque ex Problematis huius symptomatis distinguendum primum fuit, quando recta basi, vel differentiæ segmentorum basis assignata, aut eiusdem in numeris valor, basi conueniat, & quando differentiæ tantum segmentorum basis à perpendiculo factorum, conuenire possit. ad quam quidem determinationem ritè ordinandam, accersatur constructio Problematis quarti, Appendiculæ primæ, Francisci Vietæ, ad Apollonium Gallum.







In quâ sit BC data differentia segmentorum basis à perpendiculo factorum, CH differentia laterum: & ad BC erecta perpendicularis BF æquetur duplo perpendiculi dati: & centro C, interuallo CH, ductum circulum, alius circulus tangat per puncta B & F transiens, (per 8. prob. Apollonij Galli) cuius centrum sit E: & secet recta BC hunc circulum iterum in A puncto, & producatur AE in circumferentiam iterum in F: cadat autem cētrum E primum vltra rectam BF, (vt in prima figura) id est sit BF recta primum inter puncta E, & C. tum fiat vt HC ad CB ita CB ad CG: quæ quoniam centrum cētrum E cadit vltra BF inscriptam, minor erit quam CD (productâ, scilicet CHE donec iterum secet circumferentiam in D) quia triangula CBG, CAD sunt similia, & BG, DA parallelæ: dico HG hoc casu, semper minorem esse rectâ BF duplâ perpendiculi: quoniam enim est vt HC ad BC, ita BC ad CG, erit BC minor quam CG, & quadratum BC æquale erit rectangulo GCH, quare rectangulum sub AB, BC, æquale erit rectangulo sub DG, HC, & vt HC ad CB, ita AB ad DG, quare AB minor erit quam DG, atque AF siue DH quadra-

dratum, minus A B quadrato, æquale est F B quadrato, ergo D H quadratum minus D G quadrato maiore quam A B quadratum, relinquet planum minus F B quadrato, sed D H quadratum minus D G quadrato. est G H quadratum plus rectangulo bis sub D G, G H, quare G H quadratum plus rectangulo bis sub D G, G H, minus erit F B quadrato, & G H quadratum multo minus ipso F B quadrato, ac proinde & G H minor quam F B.

Iam in secunda figurâ, cadat centrum E inter rectam B F & punctum C, vt sit B C vel segmentorum summa, vel basis ipsa: dico quadratum B C, applicatum ipsi H C differentiæ laterum, dare latitudinem, cuius excessus supra H C, erit maior quam B F dupla perpendiculi dati: est enim quadratum B C maius rectangulo sub B C, C A, atqui rectangulum sub B C, C A applicatum H C, dat latitudinem C D, cuius excessus H D supra ipsam H C, maior est ipsa B F, quare quadratum B C applicatum ipsi H C, latitudinem dabit, cuius excessus supra H C multo erit maior quam B F.

In tertia figura sit duplũ perpendiculi A G, perpendiculare quoque in A C basin, vel differentiam segmentorum basis, & sit differentia laterum C H: & centro C interuallo differentiæ laterum ducatur circulus, quem per puncta A G, ductus alius circulus tangat in H, & sit centrum circuli sic ducti E, in ipsa recta A G. Hoc demum casu, quadratum A C, applicatum ipsi H C, dat latitudinem C D, cuius excessus supra C H differentiam laterum, est D H vel A G perpendiculi duplum. atque hinc tandem patescit determinatio.

Nam si quadratum rectæ basi, vel baseos segmentorum differentiæ assignatæ, applicatum differentiæ laterum, latitudinem producat, cuius excessus supra differentiam laterum minor sit duplo perpendiculi, erit eo casu recta dicta differentia tantum segmentorum basis.

Secundò: si eiusdem rectæ quadratum eidem differentiæ applicatum, latitudinem edat cuius excessus supra differentiam laterum maior sit duplo perpendiculi, erit hoc casu recta dicta basis ipsa, siue summa segmentorum à perpendiculo factorum.

Tertiò: idem quadratum eidem differentiæ applicatum, latitudinem faciat æqualem differentiæ laterum vnà cum duplo perpendiculi: atque eo tandem casu, erit data recta basis, siue etiam differentia segmentorum basis: quum triangulum quæsitum sit rectangulum, ac proinde basis & baseos segmentum vnicum tantum, congruant.

In assumptis igitur à Regiomontano numeris, 144, quadratum lateris differentiæ segmentorum basis ab ipso assignati, applicatum 3, differentiæ laterum, quum latitudinem reddat 48, cuius excessus supra 3, differentiam laterũ, maior est duplo perpendiculi 10, non est in isthoc Themate, 12, differentia segmentorum basis, sed basis ipsa, & Radix 35 $\frac{2}{1}$ ex Analogismo eruta, erit eò casu differentia segmentorum basis.

Nullus itaque numeris Regiomontani suberat error: nec vacillabat (vt

putabat Chriſtmannus) demonſtratio Ghetaldi, ſed determinationis huius Symptomata eruendi methodum, nondum detexerant. quare priuſquam ab Analyſi ad Syntheſin animum traducat Analyſta, in Poriſticis ſe exerceat, & propoſiti Thematis ſymptomata ſigillatim ſingula, ſuo ſubiiciat examini, vt tandem abſque vllo artis opprobrio, omni prorſus ambage nudata veritas eluceſcat, conditioneſque quibus illa interdum inuenitur obnoxia clarè diſtinctèque explicentur.

EXERCITATIO SECVNDA.

Ad octauum & nonum Problemata Lib. II. quæſtionum Arithmeticarum Diophanti.

Siue,

Zeteticum primum Lib. IV. *Zeteticorum Franciſci Vietæ.*

Quod ἐν εὐσκίοις δρόμοισι Ἀκαδήμου θεοῦ olim inſcriptum legitur, οὐδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω, idem ſibi quoque edictum ſciant, quicunque numeros Diophantæos intelligere, nedum commentariis illuſtrare contendunt. neque enim ex hypoſtaſibus à Diophanto ſuppoſitis, propoſita tantum Zetemata explicare, & quæ in contextu deprauata reſtituere, vel omiſſa ſupplere, docti Commentatoris & frugi Interpretis munere omnino eſt fungi, niſi & hypoſtaſium geneſes, primaſque origines aperiat, quâ & nos viam Diophanto tritam, tutò per noſmetipſos ingrediamur: quod niſi Elementis Geometricis probè inſtructus, nemo præſtiterit. quam Ieiunum hîc ſe aliquando præbeat interpretem Scholiaſtes Græcus, quam miſerum ἑαυτὸν τιμωρούμενον Xylander, (qui præter alia, ad decimum Zeteticum libri ſecundi Diophanti, dum Scholiaſtæ Græco nil niſi nugas, & χυτλοδεῖξιν exprobrat, pro vera hypotheſium cauſâ, nugas nobis nugaciores obtrudit.) qui attentius illorum commentarios relegunt, facilè perſpiciunt. operæpretium itaque fuerit, nodos hoſce à nemine adhuc explicatos, & paucis fortaſſe intellectos, ſic Alexandrina noſtra ſecuri diſſoluere.

THEOREMA.

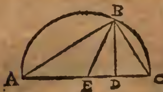
SI fuerint tria proportionalia latera, erit vt aggregatum quadratorum à duobus primis, ad differentiam eorundem, ita ſemiſſis ſummæ extremo-

rum, ad ſemiſſem differentiæ eorundem.

Et.

Vt idem aggregatum, ad duplum rectangulum ſub primo & ſecundo, ita ſemiſsis ſummæ extremorum, ad ſecundum.

Exponatur quælibet recta A C, qua bifariam in E puncto diuiſa, centro E interuallo E A, ducatur ſemicirculus A B C, & ſumpto in recta A C, puncto quolibet D, à puncto D erigatur perpendicularis D B, ad rectam A C, peripheriam ſecans in B puncto: & ducatur recta E B, erunt iam proportionales rectæ C D, D B, D A: ducantur etiam rectæ C B & A B. erit aggregatum, quadratorum à B D, D C, æquale quadrato B C, ſiue rectangulo ſub A C in C D, differentia vero quadrati B D, id eſt rectanguli C D A, & quadrati C D, eſt rectangulum ſub C D in differentiam C D, & D A: atqui rectangulum ſub A C in C D, ad rectangulum ſub C D in differentiam C D & D A, eſt vt A C, ad differentiam dictam, ſiue vt A E vel B E ſemiſſis ipſius A C, ad E D ſemiſſem differentiæ.



Eodem modo: aggregatum quadratorum A D, D B id eſt quadratum A B, vel rectangulum C A D, eſt ad differentiam eorundem (rectangulum ſcilicet ſub A D in differentiam A D, D C: nam ex A D quadrato ſublato B D quadrato, ſiue rectangulo A D C, remanet rectangulum ſub A D in differentiam A D, D C.) quum eadem ſit altitudo A D, vt A C ad differentiam A D, D C, ſiue vt B E ad E D. quod eſt primum.

Item: aggregatum B D quadrati & D C quadrati, ſiue B C quadratum, id eſt, rectangulum A C D, eſt ad rectangulum ſub C D in D B bis, vt A C ad D B bis, ſiue vt B E ſemiſſis ipſius A C, ad B D.

Eodemque modo: aggregatum B D quadrati, & A D quadrati, ſiue A B quadratum, id eſt rectangulum C A D, eſt ad rectangulum ſub A D in D B bis, vt A C ad D B bis, ſiue vt B E ad B D. quod erat demonſtrandum.

Quum igitur quadratum Numerum vt 16, proponit Diophantus (quæſt. 8. & 9. lib. 2.) in duos numeros quadratos diſpeſcendum, triangulum rectangulum quærit laterum rationalium, cuius hypotenuſa ſit 4. ſit illa hypothenuſa in ſupraſcripto diagrammate B E, quæruntur itaque latera, B D, D E rationalia: hoc autem fiet, ſi ponatur ratio D C ad D B, vel D B ad D A, vt numeri cuiuslibet, ad numerum quemlibet. ex iam demonſtratis: nam quum D C, D B ponantur longitudine rationales, eorum quadrata erunt quoque rationalia: ſit D C ad D B; vel

D B ad

DB ad DA, vt 1 ad 2. & ponatur ex Diophanto BD esse. 1N. eiusque quadratum 1 Q. erit igitur AD 2 N. quum ratio BD ad DA posita sit vt 1 ad 2. & quum AD ponatur 2 N, inde ablata AE, æquali ipsi BE, id est ablatis inde 4, erunt 2 N — 4 æquales ipsi ED. quæ quidem ED erit rationalis ex demonstratis. (quum sit BE, ad ED vt summa quadratorũ à DC, DB, rationalibus inter se ad differentiã eorundem, & sit BE numerus rationalis) quare quadratum lateris ED, id est à radice 2 N — 4. æquabitur EB quadrato, minus BD quadrato: id est 16 — 1 Q. quæ æquatio erat Diophanti: & prodit valor vnius numeri $\frac{16}{5}$

Sic iisdem positis: sit BD 1 N. eiusque quadratum 1 Q. quoniam ratio BD ad DC, est vt 2 ad 1, erit DC $\frac{1}{2}$ *N. & ED æquabitur EC vel BE minus DC, id est 4. —* $\frac{1}{2}$ *N. cuius quadratum æquabitur iterum 16 — 1 Q. eritque valor vnius N.* $\frac{16}{5}$*, vt prius. ex quibus patet, manente eadem ratione 2 ad 1, positáque radice quadrati vnius quæsiti 1 N, radicem secundi duplicem esse : vt in hoc exemplo radix secunda est 2 N — 4. (quam solam in suâ Zetesi assumpsit Diophantus) vel etiam 4 —* $\frac{1}{2}$ *N. ex qua prodit idem qui prius radicis vnius valor. quod animaduertisse fuerit operæpretium.*

EXERCITATIO TERTIA.

Ad decimum probema lib. II. Diophantæum

Siue,

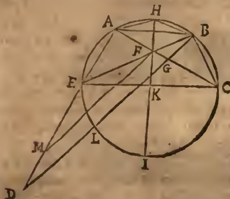
Zeteticum secundum lib. IV. Zeteticorum Francisci Vietæ.

IN huius Zetematis enodatione, quam sese excruciarit frustrà Diophanti Scholiastes vetus, monuit Xylander: at quo Iure Xylander Scholiasten Græcum reprehendens ἀναλυτικῶν illi exprobrat ἀπαιδευσίαν, eôdem & nos hic Xylandro obiecerimus ψευδηγορίαν: dum ipse falsam, Imo potius nullam harum hypothesium causam pro vera obtrudit, vt post ostendetur: Franciscus Vieta Zetetico II. lib. IIII. Zeteticorum, methodo sibi peculiari, ex quadam triangulorum ab inuicem deductione rem absoluit, eôque recidere ait Analysin Diophantæam: sed positarum à Diophanto hypostasium genesin sic non edocet. ad hunc nodum dissecandum sequens ego excogitaui.

THEOREMA.

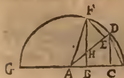
SI fuerint duo triangula rectangula, quorum eadem hypotenusa, & latus alterum vnius, alterius trianguli latus secet, erit in triangulis rectangulis à lateribus reliquis, & sectorum laterum segmentis constitutis, vt segmentum alterutrum recto adiacens angulo, ad summam reliquorum duorum eiusdem trianguli laterum, ita differentia duorum laterum, ab eodem hypotenusæ extremo eductorum, ad summam duorum à reliquo eiusdem hypotenusæ extremo eductorum.

Sit circulus cuius centrum K, diameter E C, & semicirculo inscribantur vtcunque E A, A C, E B, B C, & ducatur A B, producaturque A E in D & sit E D æqualis ipsi E B: & ducatur recta B D, secent autem sese A C, E B in F, & secet eadem B D peripheriam iterum in L, rectam vero A C in G. quoniam latera E D, E B, ponuntur æqualia, erunt anguli E D B, E B D æquales & angulus exterior A E B, æquabitur duplo anguli interioris E B D, id est peripheria A B, dupla erit peripheriæ E L. ducatur autem H I, perpendicularis ad A B, secans peripheriam A B in H, & peripheriam reliquam in I. quæ transibit per cẽtrum K, eruntq. peripheriæ A H, E L æquales: & quoniam anguli B C A complementum ad duos rectos est angulus A H B, ideo trianguli G C B, duo anguli C G B, C B G, æquales sunt angulo A H B: sunt autem peripheriæ C I E, I E H semicirculi, ex constructione, à quibus ablatis peripherijs A H, E L æqualibus, (vt iam ostensum est) remanent peripheriæ A E I, L I C, inter se æquales, id est anguli A H I, G B C iisdem insistentes inter se æquales. est autem angulus A H I, semissis anguli A H B, siue complementi anguli B C G ad duos rectos, quare & G B C erit eiusdem complementi semissis: anguli igitur C B G, C G B, inter se æquales erunt, & latus C G æquale lateri C B. quum secet A C rectam E B, in F, fiat E M æqualis ipsi E F: eritque triangulum E M F simile triangulo E D B isosceles: & rectæ M F, D G parallelæ, qua-



re in triangulis AMF, ADG, vt AF ad AM, id est ad summam ipsarum AE, EF, ita AG differentia duarum AC, BC, ad AD summam duarum AE, EB. quod erat demonstrandum. eodemque modo ostendetur, vt FB ad summam duarum BC, CF, ita differentia duarum AE, EB ad summam duarum AC, BC.

Sit iam semicirculus centro A, diametro GAK descriptus, & sumantur circumferentiæ qualescunque, KD, KF. & à punctis D & F, demittantur in diametrum perpendiculares FB, DC: & ducantur semidiametri AF, AD, sitque FE perpendicularis in AD, & ducatur recta DK,



eritque ex demonstratis, vt BH, ad summam BA, AH, vel vt CD ad CG, hoc est ad summam CA, AD, seu vt CK ad CD, ita differentia AB & AE, ad summam duarum FB & FE. ponatur iam ratio CK ad CD esse vt numeri cuiuslibet, ad numerum quemlibet: scilicet 1. ad 2. & sint datorum quadratorum latera, primum AE & FE, quibus inueniendi sint duo alij quadrati numeri æquales: vt sunt quadrata laterum AB, BF prioribus rationalium: est enim vt BH ad summam BA, AH, id est ex hypothesi vt 1. ad 2. ita differentia duarum AB, AE, ad summam FB & FE. sit ex Diophanto AE. 3. FE 2. & sit differentia AE, AB 1 N. quoniam iam AE maior est quam AB, erit AB latus quadrati vnius quæsiti 3—1 N: & quum FE ponatur minor quam FB, erit FB latus alterius quæsiti quadrati 2 N—2: quoniam est vt 1 ad 2. ita 1 N differentia dicta, ad 2. N. summam scilicet FB & FE: quare FB *erit FE 2 N.—2. & quoniam termini hic se habent vt numerus ad numerum, suntque FE, AE rationales longitudine, erunt quoque & FB, BA longitudine inter se, & ipsis, AE, EF, rationales.*

Iam eadem manente ratione 1. ad 2, sit latus AB datum 2. & BF 3, & quærantur latera AE & EF: differentia laterum AB, AE ponatur 1 N. quare latus vnum quæsitum erit 2 + 1 N. & quoniam est vt 1 ad 2, ita 1 N ad 2 N. erunt 2 N. summa ipsarum FB & FE. erit itaque latus alterum quæsitum 2 N—3. quæ hypostases sunt Diophanteæ.

Ex quibus patet duplex methodus eruendi quæsitum, vna Synæretice, Diæretice altera.

Methodum Synæreticam voco eam, quâ ex triangulis CAD, FAE, inuenitur triangulum FAB, cuius angulus ad Basin FAB, componitur ex acutis datorum FAE, DAC.

Methodum Diæreticam voco eam, quâ ex duobus triangulis DAC, FAB. inuenitur tertium FAE, cuius angulus acutus ad basin

FAE æquatur differentiæ angulorum FAB, & DAC, in triangulis datis.

Quarum ope tandem exhibentur omnes omnino hypostases, quotquot exhiberi possunt, iisdem manentibus terminis, variatâ tantum qualitate, hoc est affectionis nota.

Primum in ratione minoris inæqualitatis 1 ad 2, positis datorum quadratorum lateribus 2. & 3. quorum quadratis numeris inueniendi sint alij duo quadrati æquales.

Methodo { *Diæretica, si fuerit radix prima* { 2 + 1 N. / 3 — 1 N. } *erit radix secunda.* { 2 N — 3. / 2 N — 2. }
Synæreticâ, si fuerit radix prima. { 3 + 1 N. / 2 — 1 N. } *erit radix secunda.* { 2 N — 2. / 2 N — 3. }

In ratione maioris inæqualitatis 2. ad 1.

Methodo { *Diæreticâ, si fuerit radix prima.* { 1 N — 2. / 1 N — 3. } *erit radix secunda.* { $3 - \frac{1}{2}N$ / $2 + \frac{1}{2}N.$ }
Synæreticâ, si fuerit radix prima. { 1 N — 2. / 1 N — 3. } *erit radix secunda.* { $3 + \frac{1}{2}N.$ / $2 - \frac{1}{2}N$ }

Apparet tandem, quantum à scopo aberret Xylander, qui harum hypostasium causam solam ait esse, vt in æquatione vi mutua elisis alijs, remaneant Q. & N. inter se comparanda: quam quidem non esse legittimam ex demonstratis arguere est. sic ex statutis a Diophanto conditionibus, si datis duobus quadratis 4. & 9. quærantur duo alij quadrati numeri æquales, & ponatur radix prior 1 N + 2. posterior vero 5 N — 3. manent tandem in æquatione Q. & N. inter se comparata, at prodeunt iterum Radices 2 & 3, quæ quæstioni non satisfaciunt, quum sint isti numeri primum positi, quærantur autem alij ab istis diuersi: causa autem huius symptomatis est, quia ratio BH ad summam BA, AH, siue differentiæ laterum BA, AE, ad summam laterum BF FE, (in diagrammate proximè superiore) ponitur in hoc themate, vt differentia duorum AB 2, & BF 3, datorum, ad 5, summam eorundem: quare fiunt triangula ABF, AEF æqualia & similia, & latus AB æquale ipsi FE, latus vero FB æquale lateri AE. quæ quidem conditio non erat vtique tacenda, ne artis ignari, cogantur interdum opera & otio abuti.

Ex Theoremate hoc loco demonstratô innotuit quoque quomodo ex duobus datis triangulis rectangulis de fiicatur tertium, cuius angulus ad basin acutus, æquet summam vel differentiam angulorum acutorum ad bases triangulorum datorum: idque concinnius fortasse & elegantius quam Methodo Vietæa, in suis prioribus ad Analyticam Speciosam sub Analytices

Speciosæ notis tradita, quamque ego prop. 1. & 2. tractatus mei ad Angulares Sectiones, arte meâ, Geometricè demonstraui. propositione quidem prima, Methodum Diæreticam, secunda vero, Synæreticam: quæ bases sunt & fundamenta Sectionum Angularium.

Ex supra traditis colligere est quoque, huiusmodi hypostases esse nonnunquam ambiguas. proponatur enim duobus quadratis 9 & 4. inuenire duos alios numeros quadratos æquales, & sit latus vnius 2 N—3, dico latus alterius quæsiti quadrati esse, 2 + 1 N. vel etiam 2—1 N. Itē proponatur latus vnū esse 2 N, —2 dico latus alterum esse 3 + 1 N, vel 3—1 N. quod animaduertisse fuerit operæpretium.

EXERCITATIO QVARTA.

Ad tricesimum tertium Zetema Lib. V. Diophanti.

Siue,

Decimum quartum lib. V. Zeteticorum Vietæ.

Quam peritus quondam Artifex in dissoluendis nodis quibuscunque Mathematicis fuit quondam Franciscus Vieta, tam imperitos nactus erat amanuenses: qui dum ab illo excogitata recenserent, vel rudius exarata reuiserent, multa pro suo modulo deprauarunt, alia etiam ad rem omnino necessaria omiserunt, aliorum ingenia ad suum captum fortassis exigentes, vt quod ipsi non intelligerent, id alium neminem adsequuturum putarent. quod testatur Zeteticum illud 14, & vltimum Lib. 5 Zeteticorum, in quo non solum omissa non suppleuere, sed plurima nec ferenda commisere, quæ facilè tyronem studiosum obuoluant ac remorentur: quare & huic Zetetico opem ferre hoc loco constitui: quod ipsum est Zetema 33 Lib. 5 Diophanti. quæstio ab Epigrammatario Græco proposita, sic habet:

Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χόας τις ἔμιξε,
τοῖς προπόλοις ποιεῖν χρηστὸν ἐπιτετάγμενος.
καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενος μονάδας:
καὶ ποιοῦντα πάλιν ἕτερον σε φέρειν τετράγωνον,
κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοῶν.
ὥστε διάστειλον, τοὺς ὀκταδράχμους ποίησον,
καὶ πάλιν τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

Octo valens drachmas vinum, commiscuit illi
Quod valeat quinas, callidus Oenochous.
Quadratum statuens pretium præscribere mixto,
Quaslibet oblatas quod capiens Monadas,
Quadratum reddat numerum. qui, quod tenet omnes
Mensuras mixti, possit habere latus.
Iam numeros quinque an possis discernere, & octo
Drachmarum, quisquis tu colis ista doce.

Sensus quæstionis hic est: duplex proponitur vinum miscendum, quorum vnius, choæ pretium octo drachmæ, secundi quinque: pretium choarum omnium numerus est quadratus, qui adsumptô numero quolibet vt 60, facit adhuc quadratum numerum, cuius latus æquetur aggregato choarum omnium quibus constat vinum mixtum. quæritur quotnam hic sint choæ vtriusque pretij, siue quotnam sint quinque drachmarum, quot octo drachmarum.

Iam si ponatur A numerus choarum omnium, A quadratum constabit 60 plus choarum omnium pretio. sit G planum 60. igitur A quadratum minus G plano, erit pretium vini totius mixti, siue numerus drachmarum omnium. sit B 5. pretiũ choæ vnius primi generis. D 8. pretium choæ singularis secũdi generis. igitur A quadratum minus G plano pretium totius mixti, debet minus esse quam D in A, id est eo quod fit si 8. pretium maius, multiplicetur in summam omnium choarum: at minus quam B in A, id est eo quod fit si pretium minus ducatur in summam omnium choarum. eo igitur res recidit, vt inueniatur numerus quadratus qui sit æqualis A quadrato minus G plano, sed minor quam D in A, & maior quam B in A.

Iam ex Vieta. sumatur radix quælibet binomia negata, cuius vnum nomen sit A. sit illa A—F, quare eius quadratum, scilicet Aq—F in A bis + F q. æquabitur A q.—G pl. & consequenter $\left.\frac{Fq. + G\,p.}{F\,2}\right\}$ æquabitur A. sed A q.—G p. minus est quam D in A, igitur per Antithesin A q.—D in A minus erit G p. sed si A q.—D in A æquaretur G pl. esset A L v. $\left\{\begin{matrix} Dq. \\ +G\,pl. \end{matrix}\right.\ \frac{1}{4}$ plus $D\,\frac{1}{2}$ ex resolutione quadrati affecti sub latere negate. quũ autem sit minus, erit quoque A minor quam eiusdem quadrati affecti radix. iam ponatur S æqualis vel maior radice illa affecti quadrati. erit igitur A minor quam S. contra quoniam A q—G pl. maius est quam B in A, ideo per Antithesin A quadratum —B in A maius erit quam G pl. atqui si ei æquale esset, ex resolutione quadrati affecti, esset A æqualis L v. $\left\{\begin{matrix} Bq \\ +G\,pl. \end{matrix}\right.\ \frac{1}{4} + B\,\frac{1}{2}$ quare quum sit A q.—B in A maius G pl. erit A maior quam L. v. $\left\{\begin{matrix} Bq \\ +G\,pl. \end{matrix}\right.\ \frac{1}{4} + B\,\frac{1}{2}$ sit huic radici æqualis vel minor R, quare A maior erit quam R, & quum $\frac{Fq. + G\,pl.}{F\,2.}$ æque-

tur A: erit $+\frac{F\,q.}{G\,pl.}$ maius quam F in R bis, & minus quam F in S bis. eligatur itaque F intra hosce limites, & sit illa E. erit igitur G planum maius quam $-\frac{R \text{ in } B}{B\,q.}$ bis, & itidem G pl. minus quam $-\frac{S \text{ in } B}{E\,q.}$ bis quare ex potestatum sic inuerse negatarum resolutione, erit E minor quam S + L v $-\frac{S\,q.}{G\,pl.}$ & maior quam S — L v. $-\frac{S\,q.}{G\,pl.}$ sit enim $-\frac{S \text{ in } B\,2}{B\,q.}$ } æquale D pl. quare D pl. maius erit quam G pl. & differentia extremarum, (posita D media, & S bis summa earundem) minor erit, quam si poneretur G media, & eadem S 2 summa extremarum. in qua quidem hypothesi S + L v. $-\frac{S\,q.}{G\,pl.}$ esset maior extrema. composita igitur ex S & semisse prioris differentiæ, minor erit composita ex eadem S, & semisse differentiæ posterioris, & contra: differentia ipsius S & semissis differentiæ prioris, maior erit differentia eiusdem S, & semissis differentiæ posterioris, quare $-\frac{S \text{ in } E\,2}{E\,q.}$ posito maiore quam G pl. vel æquali ipsi D pl. erit E in hac hypothesi maior quam S — L v. $-\frac{S\,q.}{G\,pl.}$

Eodemque modo: si fuerit $-\frac{R \text{ in } E}{E\,q.}$ } minus G pl. vel æquale D pl. erit E maior quam R + L v. $-\frac{R\,q.}{G\,pl.}$ vel minor quam R — L v. $-\frac{R\,q.}{G\,pl.}$

Sit iam (vt voluit Vieta) G planum 60. B 5. D 8. A 1 N. quum A minor ponatur quam L v. $+\frac{D\,q}{G\,pl.}\frac{1}{4}$ plus D $\frac{1}{2}$ id est, 1 N minor quam L v. 76 + 4. assumatur autem S eidem equari, vel etiam præstare: at eam assumpsit Vietæ anagnostes 12 minor scilicet quam L v. 76. + 4. quum ex Zeteseos conditionibus debuisset assumi maior, scilicet. 13. Itaque oscitanter hic se gessit anagnostes.

Eodem modo. quum A ponatur maior quam L v. $+\frac{B\,q.}{G\,pl.}\frac{1}{4}$ plus B $\frac{1}{2}$ siue L. $\frac{265}{4}$ plus $\frac{5}{2}$ & assumenda sit R, eidem equalis vel minor, in notis Vietæis perperam ac oscitanter assumuntur pro R, 11, maior quam L $\frac{265}{4}$ plus $\frac{5}{2}$: quum debuisset assumi minor, scilicet 10.

Quare supponatur S 13. R 10. assumenda iam erit F minor quam 13 plus L. 109, at maior quam 10. plus L. 40. est autem 23 minor quam 13 plus L. 109. & 17 maior quam 10 + L 40. quare commodè assumetur F 23 vel 17. vel etiam quilibet alius numerus intermedius: assumatur vt apud Vietam 20. & fiet 1 N. 11. $\frac{1}{2}$ vel assumutur 18 erit 1 N. 10 $\frac{2}{3}$ que non minus satisfaciet quæstioni. vt patebit inferius.

At posito $-\frac{S \text{ in } B}{B\,q.}$ bis præstare G pl. erit E maior quam S — L v. $-\frac{S\,q.}{R\,pl.}$ vel quam 13 — L 109. vt ostensum est: similiter posito $-\frac{R \text{ in } E}{E\,q.}$ bis cedere G pl. erit E minor quam R — L v. $-\frac{R\,q.}{G\,pl}$ vel quam 10 — L. 40. quare assumatur iterum F, maior quam 13 — L 109, & minor quam 10 — L. 40. sit scili-

oet 3. quare $\frac{F q. + G pl.}{F a}$ *æquabitur A: id eſt, in notis Arithmeticis* $\frac{69}{6}$ *ſiue* $11\frac{1}{2}$, *vt prius. quæ quidem huius proceſſus pars altera fuit, ſed apud Vietam negligenter omiſſa.*

Aſſumatur iam F 18, quod eſt extra limites à Vietæ Anagnoſta anguſtiores multô quam oportuit aſſignatos: limites enim aſſignat ille, 19, & 21, nos 17 & 23. eritque ex ſuperius traditis

Aggregatum vel ſumma Choarum	$10\frac{2}{3}$	
Quinque Drachmarum Choæ	$10\frac{42}{81}$	
Octo Drachmarum Choæ	$\frac{4}{27}$	
Pretium Choarum quinque Drachmarum	$52\frac{16}{27}$	
Pretium Choarum octo Drachmarum	$1\frac{5}{27}$	
Pretium ſimul omnium.	$53\frac{7}{9}$	cuius l. eſt $7\frac{1}{3}$
Vnitates adiectæ	60.	
Summa pretij totius, & vnitatum	$113\frac{7}{9}$	cuius l. eſt $10\frac{2}{3}$

Propoſito igitur, ex hoc quoque Themate ſatisfit. quod demonſtrandum erat.

EXERCITATIO QVINTA.

Ad Problema lib. V. Conicorum Apollonij Pergæi, de Parabola. qui Liber hodie integer deſideratur.

Pappus Alexandrinus in Scholio Prop. 30. lib. 4. Mathematicarum collectionum, veteres Geometras, ad Problemata quæ ex rectarum linearum vel circulorum in plano deſcriptione, abſoluere nequibant, vario vſos artificio retulit: interdum quidem ſectionibus Conicis, alias lineis effictis ex implicatis motibus, quales ſunt Helices, Quadratices, Conchoïdes, Ciſſoïdes & c. Nec leuiter peccatum exiſtimaſſe, ſi quis problema planum, per Conica vel linearia abſoluiſſet: quale inquit eſt illud Apollonij Problema de Parabol, lib. 5. Conicorum. ſed prô temporis iniuria, ſemianimis tantum degit inter mortales Apollonius, ex octo enim libris Conicorum, quatuor tantum ſuperſtites ad manus noſtras peruenêre, quodnam ſit hoc Problema libri quinti, ex eiuſdem libri argumento, quod in Prolegomenis ad librum collectionum ſeptimum ſubindicat fuiſſe magna ex parte de maximis & minimis, leuiter coniectare licuit. at Analyticâ meâ duce, tandem reperi, illam maximi & minimi determinationem in Parabola, abſque ſolida inclinatione

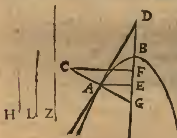
(vt

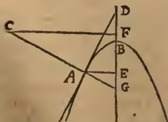
(vt loquitur Pappus.) non posse definiri, quare ex restitutis à me iis omnibus quæ ad hasce maximi & minimi determinationes pertinent, assumptis extra vel intra Conorum sectiones punctis quibuslibet, hæc interim accipite: & Apollonium quondam Pergæum, vt non ita pridem in Galliis, Ilyrio, & Belgio resuscitatum, ita iam in extremis maioris Britanniæ oris, quas horrifer inuasit Boreas renatum, quũ benignior nos respexerit Apollo, exspectate. Itaque assignato extra Parabolam puncto aliquo, ad determinandam minimam earum omnium rectarum, quæ in Parabolæ sectionem à dato puncto duci possunt, sic propono.

PROBLEMA.

DAta Parabola, datôque extra eam puncto, inuenire rectam datam Parabolam tangentem, ad quam, quum ducetur à dato puncto recta in punctum contactus, erit ea ad tangentem perpendicularis.

Sit data Parabola A B, cuius axis D B, datumque punctũ extra Parabolam C: oporteat inuenire rectam, (qualis sit recta D A in adscripta figura) contingentem Parabolam in A puncto, ita vt recta C A, ad dictam contingentem in punctum contactus ducta, sit perpendicularis.





Factum iam sit: & recta A D tangat Parabolam in A puncto, secetque axem D B extra Parabolam in D puncto. tum ordinatim applicetur recta A E cui parallela sit recta C F secans D B rectam in F, primum intra Parabolã. & per punctum A, ducta sit recta C A, secans axem D B in G. sit autem recta H iuxta quam possunt ordinatim ad axem applicatæ: erunt itaque E B, B D æquales (ex 35. 1. Apoll.) est quoque angulus D A G rectus, quadratum igitur A E, æquale erit rectangulo G E D. sed idem quadratum, æquale est quoque rectangulo sub B E & H recta: erunt igitur rectangula G E D, & B E in H æqualia, quare vt D E ad E B ita H recta ad G E, est itaque G E, semissis rectæ H. est iam rectangulum H in G F, ad rectangulum H in G E, vt G F ad G E, hoc est vt C F ad A E, sed rectangulum sub H in G F æquale est rectangulo sub H in E B, plus rectangulo sub H in differentiam rectarum G E & F B, & ipsi rectangulo sub

H in E B æquale est quadratum A E: quare A E quadratum, plus H in differentiam G E & F B, est ad H in G E, vt C F ad A E. quare dabitur A E: ex demonstratis à nobis in Ætiologiâ nostra pro Zetetico Apollonij Rediuiui.

Componetur autem sic: fiat, vt differentia rectarum G E, siue semissis ipsius H, iuxta quā possunt ordinatim applicatæ, & F B, ad H, ita C F ad Z. tum inter G E, & differentiam ipsarum G E, & F B, media sit proportionalis L. & datá L prima in serie quatuor continuè proportionalium, & Z compositâ ex secunda & quartâ, inueniatur secunda: quam dico æqualem esse ipsi A E quæsitæ. quoniam enim est, vt differentia rectarum G E & F B, ad H rectam, ita C F recta, ad Z rectam: sed vt differentia rectarum G E & F B, ad H rectam, ita differentia rectangulorum G E in H, & G E in F B bis, ad G E in H. erit igitur vt differentia rectangulorum G E in H, & G E in F B bis, id est vt L rectæ quadratum, ad G E in H, ita C F, ad Z. quare solidum sub L quadrato & Z, æquabitur solido sub G E in H, & C F recta. sed solidum sub C F recta & G E in H, ostensum est æquale ipsi A E cubo, plus solido sub L quadrato & ipsâ A E: quare solidum sub L quadrato in Z, æquabitur ipsi A E cubo, plus solido sub L quadrato & ipsâ A E. quare si Z ita diuidatur, vt vnius segmenti cubus, æquale fiat solido, quod fit sub reliquo & dato L quadrato, erit latus cubi ipsa A E quæsita. hoc autem est, datā L prima in serie quatuor continuè proportionalium, & Z composita ex secunda & quartâ, inuenire secundam. quæ æqualis erit ipsi A E: qua datâ & ordinatim applicata ad axem D B, dabitur A punctum, à quo educta A D tangente Parabolam, erit recta C A ad eandem perpendicularis, adeóque omnium minima quæ à dato extra puncto A, in Parabolam A B duci possunt. quod erat faciendum.

Eodemque modo: si recta C F perpendicularis in axem, cadat extra Parabolam, erit H in G F ad H in G E, vt G F ad G E, id est vt C F ad A E. est autem H in G F, æquale ipsis H in E B, H in G E, & H in F B, sed H in E B æquale est A E quadrato: quare A E quadratum plus H in G E, plus H in F B, erit ad H in G E, vt C F ad A E, igitur si ipsis H in G E, & H in F B, fiat æquale quadratum L. & sit vt L quadratum ad H in G E, ita C F recta, ad Z rectam, erit Z recta æqualis altitudini solidi, ipsis A E cubo, plus H in G E in A E, plus H in F in B in A E æqualis. quare Z æquabitur ipsi A E, & præterea altitudini quæ oritur ex applicatione ipsius A E cubi, ad L quadratum. diuidatur itaque Z ea ratione, vt cubus vnius segmenti æqualis fiat solido sub reliquo & dato L quadrato. Hoc est datâ L prima quatuor continuè proportionalium, & composita ex secunda, & quartâ Z, inueniantur proportionales, quarū secunda erit A E quæsita; vt est supràdemōstratum.

Cadat postremo perpendicularis C B in verticem Parabolæ, in B punctum. eritque H in B E plus H in E G, ad H in E G, vt G B ad G E, id est C B

ad AE. sed H in EB æquale est AE quadrato: ergo AE quadratum plus H in EG, est ad H in EG, vt CB ad AE. ipsi igitur H in EG æquale fiat quadratum L, & sit vt L quadratum, ad H in EG, ita CB ad Z. tum ita diuidetur Z vt prius ostensum est, vt scilicet cubus vnius segmenti, æqualis fiat solido sub reliquo & dato L quadrato, siue data L prima è serie quatuor continuè proportionalium, & Z composita ex secunda & quarta, inueniatur secunda AE, qua datâ inuenietur vt supra ipsa DA tangens quæsita, vt ostensum est.

Si punctum extra Parabolam datum, sit in axe vt est D punctum, erit DB eductarum minima, vt constat.

At vero ex data prima, & compositâ ex secunda & quartâ in seriê quatuor continuè proportionalium, discernentur proportionales ipsæ, (per inclinationem solidam, siue motus implicatos vt loquitur Pappus) haud aliter quam Plato duplici gnomone rectangulo, inter datam primam & quartam, inuenit duas continuè proportionales. nisi huiusmodi æquationes per duplicatam hypostasin ad cubos simplos reuocare malis, cuius quidem Praxis Geometrica, non adeo est obscura. reliqua ad hanc rem suo loco ac tempore opportuniùs. Iam enim maturus fœtus auxiliares tantum manus, expectat.

EXERCITATIO SEXTA.

Ad Problema Kepleri in sua Stereometriâ Doliari Mathematicis huius æui propositum.

Edidit Magister Ioannes Keplerus Mathematicus Cæsareus, Stereometriam Dolij Austriaci, in qua, Prop. 23. Problema huius æui Geometris proposuit.

DAtâ proportione diametrorum trunci Conici, coniugationem inuenire, in quâ talis truncus æquet Cylindrum coniugationis maximæ.

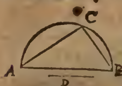
Quod quidem Problema, vt & huius farinæ alia omnia, plerique Geometræ (ex quorum numero erat ipsemet Keplerus.) Geometricè soluere impossibile ducentes, quoties ad cuborum gradus eos euexit Analysis, tanquam re prorsus desperatâ, vlterius nihil tentarunt: at in hisce non substiterunt veteres Geometræ, sed aliqua saltem ratione, siue per sectiones Conicas, siue per lineas alias mixtas, ad praxin & necessarios in vita vsus, traducere sunt conati. quomodo autem huiusmodi æquationes legibus Geometricis fiant obnoxiæ, ex propositis hic Problematis, discite tandem Analytices studiosi: quæ quidem nos ex tractatu nostro Stereometrico excerpsimus. (quem absolutum & integrum, de parallelepipedis, Cylindris, truncis Co-

tis, Corporibus regularibus, noua triangulorum Sphæricorum Stereometria, cum appendice de prosaphærisi noua & multo quam antehac faciliore in sinuum Analogiis, concinnauimus) priusquam autem Keplero satisfiat, sequens Problema operæpretium fuerit demonstrare.

PROBLEMA.

DAto solido, cubo datæ Sphæræ inscripto non maiore, inuenire solidum parallelepipedum, eidem æquale, quod datæ Sphæræ inscribi possit.

Demonstrauit suo modo Keplerus, Prop. 4. suæ Doliaris Stereometriæ, omnium parallelepipedorum eidem Sphæræ inscriptorum, quadratásque bases habentium, maximum esse cubum. si igitur solidum datum, cubo datæ Sphæræ inscripto fuerit æquale, factum erit quod proponitur. sin autem minus fuerit cubo datæ Sphæræ inscripto, tum duplex exhiberi potest parallelepipedum, quod datæ Sphæræ inscribi potest, solido dato æquale: vnū, cuius baseos diameter plus possit duplo quadrato altitudinis; alterum, cuius diameter basis, minus possit duplo quadrato altitudinis. sit iam datum solidum minus cubo datæ Sphæræ inscriptibili, & sit æquale solido facto sub A B diametri datæ Sphæræ quadrato, in D rectam: tum data A B prima maiore, in serie quatuor continuè proportionalium, & data D rectæ duplâ, differentia secundæ & quartæ, inueniantur proportionales, (erit enim semper D dupla, minor duabus tertijs lateris cubici, quandoquidem cubus, maior ex hypothesi dato solido, applicatus A B quadrato diametri Sphæræ cui inscribitur, dat altitudinem tertiam partem lateris cubici.) quarum secunda maior æquetur ipsi C B: quæ quum necessario minor sit ipsa A B, (ex hypothesi.) super A B descripto semicirculo, ei inscribatur recta B C, & ducatur recta A C: dico parallelepipedum cuius baseos quadratæ diameter est A C, altitudo vero C B, esse æquale solido dato, sub A B quadrato, in D rectam.



Quoniam enim D dupla est differentia secundæ maioris, & quartæ, in serie quatuor continuè proportionalium, & C B secunda, quadratum è prima maiore A B, ad quadratum è secunda C B, erit vt prima ad tertiā, vel secunda ad quartam, & diuidendo: quadratum è prima A B, ad differentiam quadratorum è prima A B, & secunda C B, id est A C quadratum, vt secunda C B, ad differentiam eiusdem secundæ & quartæ, id est ad duplam ipsius D: quare solidum sub A B quadrato in duplam ipsius D, æquabitur solido sub A C quadrato in C B: igitur & illius subduplum, id est solidum sub A B quadrato in D, æquabitur huius subduplo, id est solido sub quadrato cuius dia-

meter est AC, in CB rectam, quod erat demonstrandum.

Haud dissimili postulato usus est Archimedes Prop. 1. lib. 2. de Sphæra & Cylindro, quum pari necessitate adductus, inter duas datas rectas lineas, duas medias proportionales continuè dari postulauit, ac nos hic, data prima maiore & differentia inter secundam & quartam in serie quatuor continuè proportionalium. quoniam vero supra monuimus solidum parallelepipedum minus cubo, datæ Sphæræ inscripto, sub duplici specie exhiberi posse, vnâ quidem, quum quadratum basis parallelepipedi minus est base cubi, altitudo vero maior latere eiusdem: altera vero, quum quadratum basis parallelepipedi, eadem cubi base maius est, sed altitudo cubi altitudine minor: poterit secunda proportionalis inuenienda, siue altitudo parallelepipedi quæsita, esse duplex, vna minor altitudine cubi, altera maior. quibus exhibendis si quæratur concinnior aliqua mechanice, ea sic detegi potest. quoniam solidum sub AB quadrato in D rectam bis, æquale ostensum est solido sub AC quadrato in CB, erit vt AB quadratum ad AC quadratum, id est ad AB quadratum minus CB quadrato, ita CB ad D duplam, ac proinde AB quadratum in D bis, æquale erit AB quadrato in CB, minus CB cubo: quare quum quadratum diametri Sphæræ AB, triplum sit baseos inscripti eidem Sphæræ cubi: si basis cubi statuatur F quadratum, erit F quadratum ter in CB, minus CB cubo, æquale F quadrato in D sexies: quare quum F latus cubi, maius sit quam D ter, (vt supra est adnotatum.) si constituantur duo triangula rectangula, æqualis F hypotenusæ, ita vt angulus acutus subtensus à perpendiculo primi, sit triplus ad angulum acutum, subtensum a perpendiculo secundi, & basis primi æquetur ipsi D ter, erit basis secundi, multata longitudine eius rectæ quæ potest quadrato triplum perpendiculi eiusdem, altitudo minor quæsita: & eadem secundi trianguli basis, eadem longitudine producta, altitudo erit maior quæsita: ex ijs quæ à me demonstrata sunt in appendice tractatus Francisci Vietæ de recognitione & emendatione Æquationum. Angulum vero rectilineum trissecare siue per hyperbolas, siue conchoïdem Nicomedis, docuit Pappus lib. 4. collectionum Mathematicarum. ex quibus Problema propositum ad στερεὰ siue etiam γραμμικὰ veteribus sic dicta referri posse constat.

EXERCITATIO SEPTIMA.

Ad idem Kepleri Problema.

Eádem quá supra methodo Keplero quærenti Prop. 23. suæ Doliaris Stereometriæ licebit respondere, præassumpto primum eo quod demonstrauit ille Prop. 20. eiusdem: nos vero Prop. 19. nostræ Stereometriæ nimirum.

TRuncorum Conicorum quorum bases oppositæ sunt parallelæ, & diametrorum æqualium

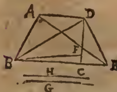
ſegmenta eiuſdem rationis, maximum eſſe illum, cuius altitudo, ad diametrum eſt potentia ſubtripla.

Diametros hic intelligimus, Diagonios plani per axem in truncis Conicis. Itaque vt Keplero ſatisfiat, huiuſmodi ex Stereometriæ noſtræ Prop. 22. propono

THEOREMA.

SOlidum ſub differentia quadratorum diametri & altitudinis ſectionis per axem trunci Conici, & eadem altitudine, æquale eſt ſolido ſub eiuſdem diametri quadrato, & altitudine, ad quam altitudo Cylindri trunco æqualis, baſin habentis eiuſdem diametri circulum, ſe habet vt baſis Cylindri trunco æqualis, eandemque cum trunco altitudinem habentis, ad differentiam circulorum à diametro ſectionis per axem, & altitudine.

Sit truncus Conicus cuius ſectio per axem ſit AB DE, altitudo DC: diameter autem baſeos Cylindri, ſub eâdem altitudine DC, ipſi trunco æqualis, ſit BF. ex Prop. 11. Stereometriæ Doliaris Kepleri: ſemiſſis igitur ſummæ diametrorum in baſibus, erit recta BC, ſit quoque eidem trunco æquale ſolidum ſub BD quadrato in H, deinde fiat vt BF quadratum ad BC quadratum, ita H ad G. dico ſolidum ſub differentia quadratorum BD & DC, id eſt quadrato BC, in altitudinem DC, æquari ſolido ſub eodem quadrato BD in rectam G. (quod hic de quadratis oſtenditur, idem intellige de circulis quorum diametri BD, DC: quum eadem in vtriſque maneat ratio.)



Quoniam enim eſt vt BF quadratum ad BC quadratum, ita H ad G: erit ſolidum ſub BD quadrato in H, id eſt ex conſtructione, ſolidum ſub BF quadrato in DC, ad ſolidum ſub BD quadrato in G, vt BF quatatum ad BC quadratum, ſed vt BF quadratum ad BC quadratū, ita ſolidum ſub BF quadrato in DC, ad ſolidum ſub BC quadrato in DC, id eſt ſub differentia quadratorum BD, DC, in DC: ſolidum igitur ſub differentia quadratorum BD, DC, in DC, æquale eſt ſolido ſub BD quadrato in G. quod erat demonſtrandum.

Iam propoſitum à Keplero Problema ita concipio & demonſtro.

PROBLEMA.

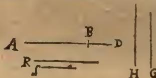
DAta ratione diametrorum parallelarum in basibus trunci Conici, & solido minore datæ coniugationis trunco maximo, inuenire truncos alternos dato solido æquales, quorum basium diametri rationis sint datæ.

Alternos hic truncos dico, in quibus eadem manet diameter sectionis per axem, sed bases Cylindrorum Truncis sub eadem altitudine æqualium, altitudinibus sunt reciprocæ.

Eiusdem vero coniugationis, in quibus diametrorum sectionis per axem segmenta sunt similia & æqualia.

Sit data coniugatio, in qua diameter plani per axem sit A D, eiusdem segmenta A B, B D: datum quoque sit solidum minus trunco, sub hac diametrorum in basibus ratione, maximo, sub A D quadrato in H rectam: (sit scilicet ex Keplero solidum illud æquale Cylindro coniugationis maximæ.)

Et sit trunco Conico oblato æqualis Cylindrus sub eadem altitudine: ex Prop. 11. Stereometriæ Kepleri. quæ 18 est Stereometriæ nostræ, dabitur igitur ratio diametri baseos Cylindri, ad latus differētiæ quadratorū à diametro plani per axem in trunco Conico, & altitudine eiusdem: sit ea vt R ad S. deinde fiat vt R quadratum, ad S quadratū, ita H diameter baseos Cylindri trunco dato sub eadem altitudine æqualis, ad G. erit igitur ex præcedente propositione, solidum sub A D quadrato in altitudinem trunci quæsitam, minus eiusdem altitudinis cubo, æquale solido sub A D quadrato in G. & quoniam est vt A D quadratum, ad quadratum H, diametri baseos Cylindri sub altitudine quæsita, æqualis solido dato, ita quæsita altitudo ad H rectam: & vt dictū quadratū diametri baseos Cylindri, ad differentiā quadratorum à diametro A D, & altitudine quæsita, ita H ad G ex constructione. erit ex æquo: vt quadratum diametri A D, ad differentiam quadratorum à diametro & altitudine quæsita, ita altitudo quæsita, ad G rectam: solidum igitur sub quadrato diametri A D, in G rectam, æquale erit solido sub differentia quadratorum à diametro & altitudine quæsita, in altitudinem quæsitam: hoc autem est,



DAto solido, cubo datæ Sphæræ inscripto non maiore, inuenire solidum parallelepipedum eidem æquale, quod datæ Sphæræ inscribi possit.

Qui nodus exercitatione sexta iam est enodatus.

EXERCITATIO OCTAVA,

Ad Lemma ab Archimede assumptum lib. de Conoïdibus & Sphæroïdibus.

Archimedes Prop. 8. lib. de Conoïdibus & Sphæroidibus proponit.

DAtâ Ellipse, & erectâ ab eius centro rectâ ad planum in quo est Ellipsis perpendiculari, in quâ assignetur punctum quodlibet, inuenire Conum, cuius vertex sit punctum assignatum, in eiusque superficie sit Ellipseos datæ Periphæria.

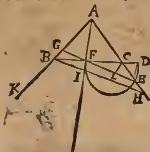
Quod vt absoluat Archimedes, Lemma assumit à Friderico Commandino, (qui hunc libellum Commentarijs illustrandum susceperat) penitus neglectum. Illud Dauid Riualtus, quum suum adornaret ille Archimedem, vt supplerem rogauit, quod à me tum primum præstitum fuit: & demonstrationem, quam suis inseruit Commentariis, illi liberè communicaui. at quoniam nomine meo suppresso edita est illa demonstratio, placuit hic aliam adducere, illâ non minus concinnam. propositum itaque ab Archimede Problema, sic generalius quam Archimedes concipio.

PROBLEMA.

DAto angulo secto vtcunque, datoque puncto in alterutro Crure angulum continente, à puncto dato rectam educere à rectâ secante sic intersectam, vt quadratum segmenti secantis inter verticem anguli & rectam sectam, ad rectangulum sub intersectæ segmentis datis cruribus terminatis, datam teneat rationem, statutis conditionibus.

Sit datus angulus B A E, sectus à recta A I vtcunque, & in crure A B sit datum B punctum: oporteat autem a puncto B, educere rectam B I H, sectam à rectâ angulum secante in I puncto, & a reliquo crure in puncto H, ita vt quadratum A I, ad rectangulum sub segmentis B I & I H, rarationem teneat datam, R, ad S. ducatur vtcunque B D, secans A I in F: & fiat vt R ad S, ita A F quadratum, ad T quadratum, quo ad B F applicato,

applicato, oriâtur latitudo F D. tum super F D describatur segmentum circuli, capiens angulũ F E D, æqualem angulo A B C: seceteque circulus sic ductus rectam A H in E, ducaturque recta E F G, cui à puncto B parallela agatur B I H: & quoniam anguli G B F, F E D, sunt æquales, erit vt B F, ad F G, ita F E, ad F D: rectangulaque B F D, G F E æqualia. sed vt quadratum A F, ad rectangulum G F E, ita quadratum A I, ad rectangulũ B I H: igitur vt R ad S, ita quadratum A I, ad rectangulum B I H. quod erat demonstrandum.



Ratio præscripta ab Archimede erat, vt rectangulum B I H, ad quadratũ A I, rationẽ haberet, quã quarta pars quadrati maioris diametri habet ad quadratũ rectæ à vertice Coni in centrum Ellipseos: & conditionẽ adnectit hoc possibile esse, quoniam si sumantur A B, A C, æquales, vt in hypothesi Archimedis, minor erit ratio B F C rectanguli, ad F A quadratũ, quam B I H, vel cuiuslibet alterius rectanguli sub segmentis lineæ eductæ à B puncto infra vel supra rectam B C: est autem ratio quartæ partis quadrati maioris diametri, ad F A quadratum maior quam rectanguli B F C, siue quartæ partis quadrati minoris diametri, ad quadratum F A: manifestum est igitur posse a puncto B, educi rectam, qualis est B H, infra rectam B C, sectam puncto I, ita vt ratio rectanguli B I H, ad quadratum I A, sit ea quæ est quartæ partis quadrati maioris diametri, ad quadratũ rectæ A F. atque hæc est conditio huic propositioni adnectẽda: cuius veritas, quocunq; modo secetur angulus, ex proposito diagrammate sic fiet manifesta: sint A B, A C æquales, & sit angulus C B K infra basin B C, erit igitur angulus C B K, maior interiore B G F, quare & angulus F C E, eodẽ B G F maior erit: fiat iam angulus F C L, æqualis angulo B G F, & erunt puncta B, G, C, L; in circulo, & rectangula B F C, G F L, æqualia: sed rectangulum G F E, maius est rectangulo G F L, id est rectangulo B F C, maior itaque erit ratio rectanguli G F E, ad quadratum A F, quam rectanguli B F C, ad idem quadratum F A. quare ratio rectanguli B F C, ad quadratum F A, est hoc casu singularis & minima. ex quibus patet adnexæ ab Archimede conditionis, necessitas.

EXERCITATIO NONA.

Ad Problema de secando Triangulo, à Christophoro Clauio ex parte tantum propositum ac demonstratum. lib. 6. Prop. 12. Geometriæ Practicæ.

Christophorus Clauius Prop. 12. lib. 6. Geometriæ Practicæ, ostendit

quomodo dato extra triangulum puncto, recta ab eo educi possit, triangulum in duas æquales partes diuidens. at propositionem generalem, data quacunque ratione, demonstrarit licet Eruditissimus in hoc studiorum genere Villebrodus Snellius, in suo Apollonio Batauo, placuit tamen ex nostro penu, eandem propositionem, ob amplissimum eius vsum, hic apponere.

PROBLEMA.

DAtum triangulum, per rectam à puncto extra triangulum dato eductam, data ratione diuidere.

Sit datum triangulum C I E, seceturque basis C E, pro ratione datâ: sintque segmenta rationis datæ C K, K E, sit iam punctum extra datum A: oporteat autem à puncto A, educere rectam lineam, diuidentẽ triangulũ pro ratione C K, ad K E. à puncto A ducatur A B parallela lateri I C, secansque basin C E productam in B, & compleatur parallelogrammum A B C D, tum fiat vt D C ad I C, ita C K ad C M, & ducatur recta D M, & inter B C, C M, media sit proportionalis I. tum data I media proportionali, & C M differentia extremarum, in serie trium continuè proportionalium, inueniantur extremæ (ex Lemm. 2. supplementi nostri.) quarum maior sit C L, & ducatur recta A L, quam dico triangulum data ratione secare. Est enim rectangulum sub C L, M L, æquale quadrato I, ex constructione, id est rectangulo sub C M, B C, est igitur vt B C ad C L, ita M L ad C M, & componendo B L ad C L, vt C L ad C M, (ac proinde, erit C L media proportionalis inter B L & C M.) vt autem B L ad C L, ita A B ad H C, ergo vt C L ad C M, ita A B id est D C, ad H C, triangula igitur D C M, H C L, inter se erunt æqualia (ex 15.6. Euclid.) sed triangulum, D C M æquale est factum triangulo I C K, (ex eadem 15.6 Euclid.) quia ex constructione fuit vt D C ad C I, ita C K ad C M, quare triangulum H C L, æquale erit triangulo I C K, & reliqua trianguli pars I H L E, æquabitur reliquæ parti I K E: sunt autem partes trianguli I C K, & I K E, in ratione data, ex constructione. quare & recta A H L, diuidet triangulum pro ratione data C K ad K E. quod erat demonstrandum.

EXERCITATIO DECIMA.

Ad Problema de Trianguli ſectione alterâ, cuius obiter ibidem meminit Clauius.

Eadem Prop. 12. lib. 6. Geometriæ Practicæ, & alterum quoque Problema ad Triangulorum ſectiones non minus neceſſarium quam eſt illud ſupra demonſtratum, attigit Chriſtophorus Clauius, cuius quidem demonſtrationẽ à Clauio prætermiſſam, præmiſſo ad id Lemmate huic Decadi Colophonem adiicio.

L *E M M A.*

Datam rectam ſectam vtcunque, alibi iterum ſecare, vt rectangulum ſub tota, & ſegmento intermedio æquetur quadrato ſegmenti, ad punctum inuentum terminati.

Sit recta A D ſecta B puncto, iterumque ſecanda in C, vt ſit rectangulum ſub tota A D, & ſegmento intermedio B C, æquale quadrato rectæ A C. fiat rectangulo ſub A D in A B, æquale rectangulum ſub A C in C D. eritque vt A D ad A C, ita D C ad A B, & permutando vt A D ad D C, ita A C ad A B, & conuertendo vt A D ad A C, ita A C ad B C, quadratum igitur A C, æquatur rectangulo ſub A D in B C. quod erat faciendum.

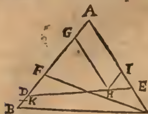


PROBLEMA.

Datum triangulum, per punctum intra datum, datâ ratione diuidere.

Sit datum triangulum A B C, datumque intra punctum H. ſit ſcilicet latus A B remotiſſimum à puncto H, quod diuidatur in F pro ratione datâ, & ſint ſegmenta A F, F B, ducanturque à puncto H, rectæ H I, H G, lateribus A B, A C parallelæ, & rectangulo ſub C A, A F, fiat æquale quod ſit ſub I A, A K: tum ita diuidatur A K, in D, vt ſit quadratum A D, æquale re-

ctangulo sub A K, D G, ex præcedente Lemmate, & ducatur recta D H E secans latus A C in E. quam dico triangulum A B C data ratione secare.



Quoniam enim ex cõstructione est vt K A ad A D, ita A D ad D G: vt autem A D ad D G, ita A E ad G H, hoc est ad A I, quare vt K A ad A D, ita A E ad A I, rectangulum igitur sub K A A I, id est sub C A in A F, æquale est rectangulo sub A D in A E: quare vt C A ad A D, ita A E ad A F: æqualia igitur sunt triangula D A E, C A F, quare & C F B triangulum, æquale erit quadrilatero D B C E, est itaque diuisum triangulum per rectam D H E, vt petitur.

Est hæc propositio ex numero τῶν διωρισμένων, cuius quidem determinatio patet ex præmisso Lemmate. quoniam isthic rectangulum sub A B in A D, æquale erat rectangulo sub A C in C D, segmentis totius A D: maximum autem rectangulum sub segmentis alicuius rectæ, quum sit quadratum semisseos eiusdem, manifestum est segmentum A B, siue A G, in figura huius propositionis, non maius esse posse quarta parte ipsius A D, vel ipsius A K in figura hîc adscriptâ. alioquin Problema est impossibile.

Idem hoc Problema, eodemque ferè modo demonstratum, Nobili ac Generoso Viro, tũ Equestri Dignitate insigni, Domino Edouardo Peto Anglo, hic Parisijs communicaui, in quo præter alias nobilitatis notas, in Mathematicis egregiè versatum perspexi, quem, vt sui similes omnes, ex animo colo.

LECTORI BENEVOLO.

Exercitationum harum studiosum hic monitum cupio, Typographum supellectile ad rem suam minus quam par erat instructum, quædam præter Votum meum in hoc Opusculo luxasse: vt apparet pag. 22. & 23. In minutijs quibusdam Arithmeticis, quæ minorum Characterum ordini geminato respondere videntur, quum ad superiorem tantum pertineant. Sic eadem pag. 23. lin. 24. pro (assumuntur pro R.) lege. (assumitur R.) huiusmodi alia si quæ occurrunt, tuæ humanitatis erit ad rectum sensum reuocare. Vale.